A Cournot-féle duopólium

1. Kínálati duopólium: két termelő állít elő termékeket
2. Verseny a termékmennyiségekkel
3. A piaci kereslet inverz függvénye: $p = a - bq$. Valamely ár mellett kialakuló keresletet két vállalat elégíti ki. Legyen q_i az i-edik vállalat outputja, $i = 1,2$, akkor ez azt jelenti, hogy $p = a - b(q_1 + q_2)$. Ennek segítségével a vállalatok teljes bevételei határozhatók meg

$$TR_1(q) = pq_1 = [a - b(q_1 + q_2)]q_1 = aq_1 - bq_1^2 - bq_2q_1,$$

ill.,

$$TR_2(q) = pq_2 = [a - b(q_1 + q_2)]q_2 = aq_2 - bq_2^2 - bq_2q_1.$$

Az ezeknek megfelelő határbevételei $\left(MR = \frac{dTR}{dq} \right)$

$$MR_1(q) = a - 2bq_1 - bq_2,$$

és

$$MR_2(q) = a - 2bq_2 - bq_1.$$

Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy mindkét vállalat költségszerkezete azonos, mégpedig

$$TC(q) = cq + FC,$$

Ebben az esetben a határköltségek $\left(MC = \frac{dTC}{dq} \right)$

$$MC_1(q) = MC_2(q) = c,$$

A profitmaximum feltétele, hogy a határbevétel egyenlő legyen a határköltséggel, így az optimális termelési szintek meghatározása az alábbi feltételek alapján történik:

$$MR_1(q) = a - 2bq_1 - bq_2 = c,$$

ill.,

$$MR_2(q) = a - 2bq_2 - bq_1 = c\,.$$

Ha ezeket az egyenleteket q_1-re, illetve q_2-re rendezzük át, akkor azt kapjuk, hogy

$$q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_2\,,$$

ill.,

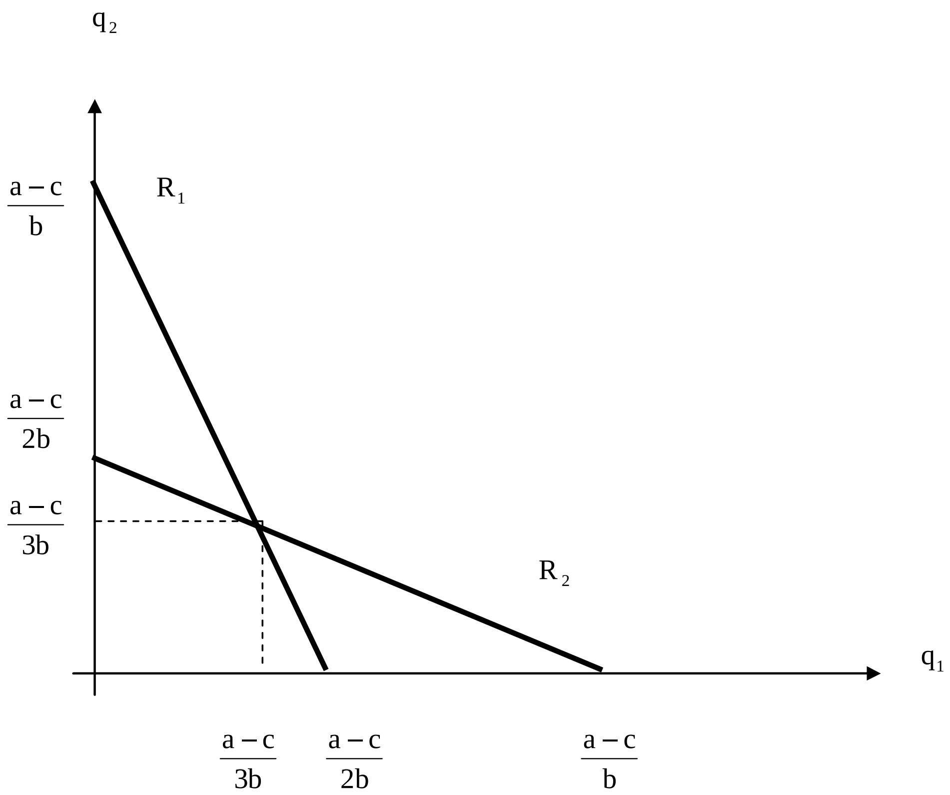
$$q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_1\,.$$

Látszik, hogy az I-es vállalat döntése a II-es vállalat döntésétől függ és fordítva, a II-es vállalat döntése attól függ, hogy az I-es vállalat mennyit állít elő, tehát a két cég termelési szintjéről való döntéseiket a másik vállalat – valós vagy vélt – döntésére reagálva hozza meg. Ennek szellemében a fenti összefüggéseket *reakciófüggvényeknek* nevezzük.

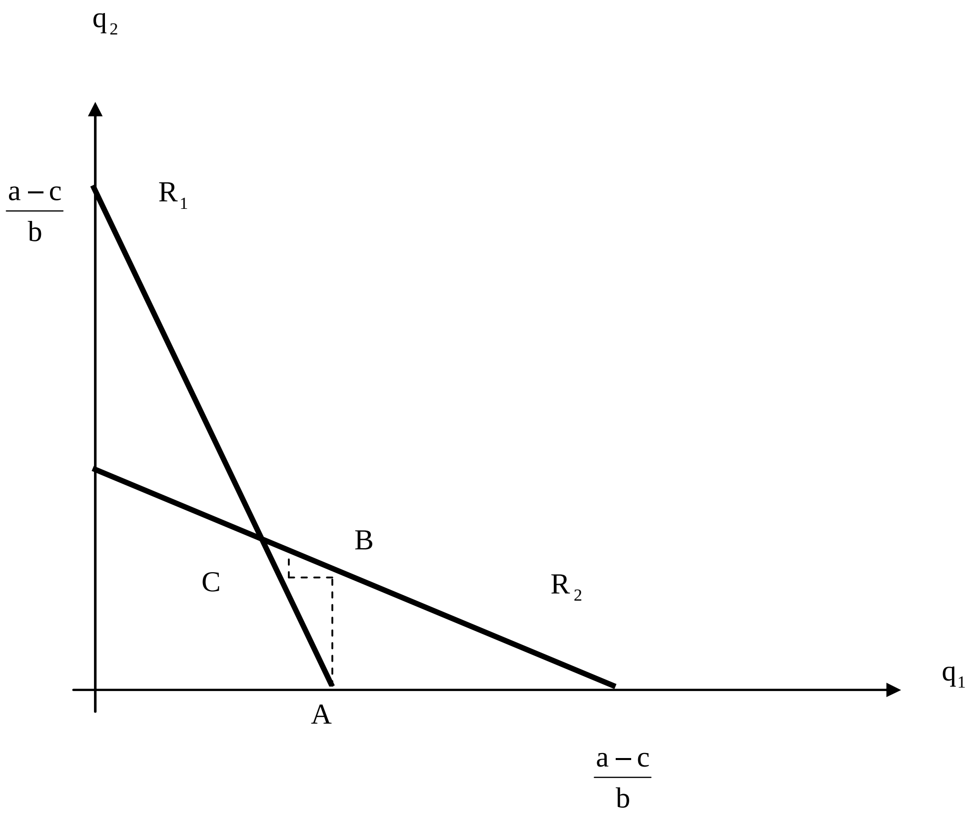
A reakciófüggvények segítségével határozhatók meg az egyensúlyi mennyiségek:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3b}\,.$$

Ez a helyzet látható az alábbi koordináta-rendszereben; itt az egyes vállalatok reakciófüggvényeit R_i-vel, $i = 1,2$, jelöltük.



Könnyen megmutatható, hogy a $q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3b}$ egyensúly stabil. Ugyanis tegyük fel, hogy valamelyik vállalat – legyen ez most az I-es – abból indul ki, hogy a másik vállalat semmit sem állít elő. Ebben az esetben az I-es vállalat termelési szintjét ennek megfelelően rögzíti; ez most az A pont lenne. Ez jelenti a II-es vállalat döntésének alapját, amely ennek alapján reakciófüggvényét figyelembe véve outputját a B pontban rögzítené. Ezt követi az I-es vállalat döntése, stb. Látható, hogy ennek a váltakozó döntési folyamatnak a végeredménye a korábban analitikusan meghatározott egyensúlyi pont lesz.



Feladat: Tegyük fel, hogy a két vállalat a terméket különböző technológia segítségével állítja elő. Ennek megfelelően a költségfüggvények már nem azonosak, most $TC_1(q) = c_1 q + FC$ és $TC_2(q) = c_2 q + FC$, ahol $c_1 < c_2$. Hogyan hat ez az egyensúlyi pontra?

A Stackelberg-modell

A Stackelberg-duopólium elméletét szintén a mennyiségi verseny modellezésére dolgozták ki. Tegyük fel most is, hogy a piaci keresletet most is a $p = a - bq$, illetve $p = a - b(q_1 + q_2)$ inverz keresleti függvénnyel adjuk meg. Cournot modelljével szemben azonban most azt tételezzük fel, hogy létezik egy vezető vállalat, amelynek döntése a másik – a követő – vállalat számára adottság, a követő vállalat tehát a vezető vállalat döntéséhez úgy alkalmazkodik, mintha Cournot-verseny volna. Ezt azt jelenti, hogy $q_2(q_1)$, vagyis a vezető vállalat tudja, hogy a követő vállalat termelési döntését annak függvényében hozza, amit ő maga döntött. Legyen az I-es vállalat a vezető cég, a II-es vállalat pedig a követő. Akkor a teljes bevételek:

$$TR_1(q) = pq_1 = [a - b(q_1 + q_2(q_1))]q_1 = aq_1 - bq_1^2 - bq_2(q_1)q_1,$$

ill.,

$$TR_2(q) = pq_2 = [a - b(q_1 + q_2)]q_2 = aq_2 - bq_2^2 - bq_2 q_1.$$

Az ezeknek megfelelő határbevételei (Vigyázat, a $TR_1(q)$ kifejezés utolsó tagja deriválásnál szorzatként kezelendő!):

$$MR_1(q) = a - 2bq_1 - b\left[\frac{dq_2}{dq_1}q_1 + q_2(q_1)\right],$$

és

$$MR_2(q) = a - 2bq_2 - bq_1.$$

Most is azonosnak tekintjük a technológiákat és ebből adódóan a költségfüggvényeket is, azaz mindkét vállalat esetén érvényes a

$$TC(q) = cq + FC$$

kifejezés, Ebben az esetben a határköltségek

$$MC_1(q) = MC_2(q) = c$$

Ennek alapján a profitmaximumok feltételei

$$a - 2bq_1 - b\left[\frac{dq_2}{dq_1}q_1 + q_2(q_1)\right] = c$$

és

$$a - 2bq_2 - bq_1 = c$$

Az utóbbi összefüggést q_2-re megoldva azt kapjuk, hogy

$$q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_1,$$

amivel viszont máris a vezető vállalat profitmaximum-feltételében szereplő $q_2(q_1)$ kifejezést is meghatároztuk. Ennek megfelelően $\frac{dq_2}{dq_1} = -\frac{1}{2}$. Ezeknek az eredményeknek a felhasználásával a vezető vállalat profitja maximális, ha teljesül a

$$a - 2bq_1 - b\left[-\frac{1}{2}q_1 + \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_1\right] = c$$

feltétel. Ebből az optimális q_1 érték könnyen adódik,

$$q_1 = \frac{a-c}{2b},$$

ezt felhasználva kapjuk a követő vállalat optimális kibocsátására:

$$q_2 = \frac{a-c}{4b}.$$

Feladat: Tegyük fel, hogy a két vállalat a terméket különböző technológia segítségével állítja elő. Ennek megfelelően a költségfüggvények már nem azonosak, most $TC_1(q) = c_1q + FC$ és $TC_2(q) = c_2q + FC$, ahol $c_1 < c_2$. Hogyan hat ez az egyensúlyra?

A Bertrand-Modell

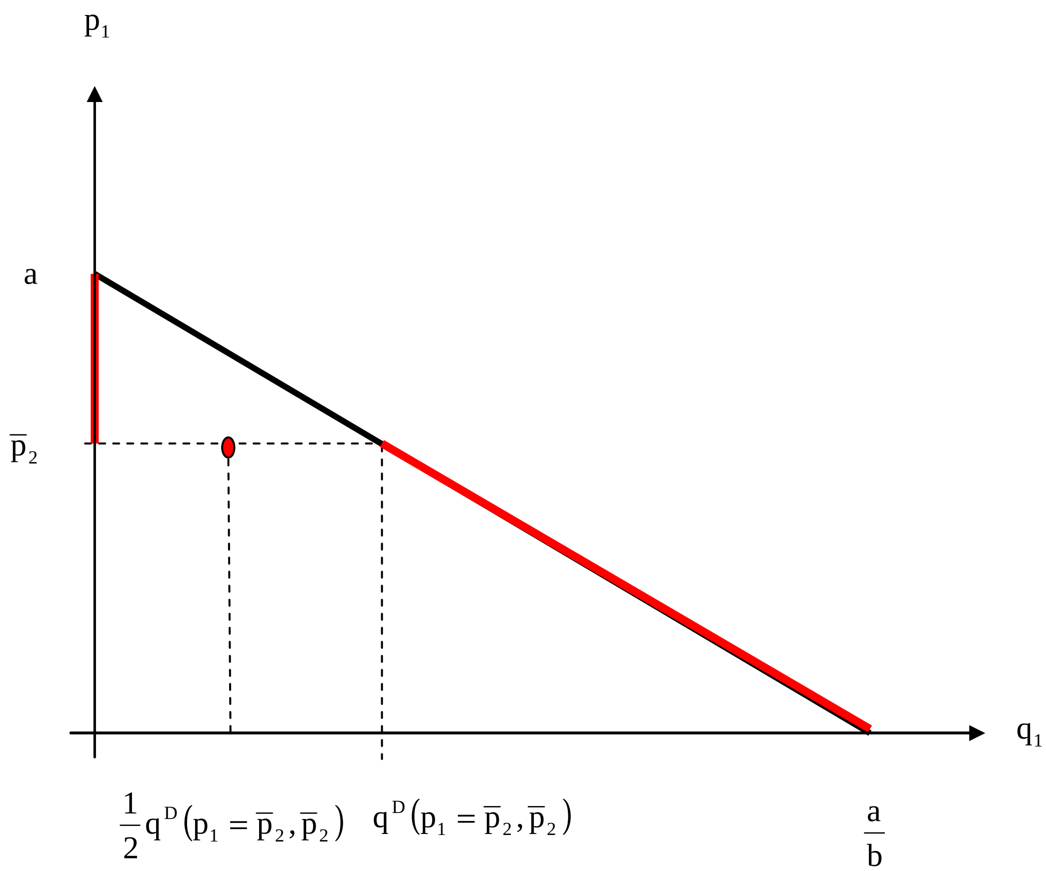
Nem sokkal Cournot modelljének megjelenése után fogalmazta meg *Joseph Bertrand* francia matematikus kritikáját. Cournot modelljében nem nyilatkozott arról, hogy az árak változnak-e. Bertrand felfogása szerint két vállalat versenye sokkal inkább az árak területén zajlik, mint az árképzésnél sokkal időigényesebb termelésben. Felfogása szerint tehát a valóságot inkább olyan modell írná le, amelyben a két vállalat – szintén szimultán módon – az árak megállapításával konkurálnának.

Cournot és Stackelberg megközelítéseihez hasonlóan tehát itt is arról van szó, hogy a két vállalat a piac teljes keresletét egymás között osztanák fel, a különbség az, hogy ezt az árverseny segítségével valósítanák meg. Tegyük fel, hogy a teljes piaci keresletet a szokásos inverz keresleti függvénnyel modellezzük: $p = a - bq$.

Nyilvánvaló, hogy a két vállalat kölcsönös függősége ebben az esetben is megmarad, hiszen ha valamelyikük a profitmaximalizáló árat szeretné meghatározni, akkor ez többek között attól is függ, hogy a versenytárs vajon milyen árat állapított meg. Ha az utóbbi alacsonyabb lenne, akkor az egész piaci kereslet nála jelenne meg és az előbbi vállalat bevétele zérus lenne. Ezzel tehát olyan helyzet alakult ki, hogy a teljes piaci keresletet az a vállalat tudná kielégíteni, amelyik a terméket alacsonyabb áron kínálja, a terméket magasabb áron kínáló vállalat felé irányuló kereslet 0 lesz. Amennyiben a két ár éppen egyenlő egymással, akkor az ezen ár mellett létező piaci keresletet megfelezik. Ennek értelmében az I-es vállalat keresleti függvénye az alábbi képlettel írható le – a II-es vállalat által rögzített $\overline{p}_2$ ár az I-es vállalat számára természetesen adottság:

$$q_1(p_1, \overline{p}_2) = \begin{cases} 0, & \text{ha} \quad p_1 > p_2 \\ \frac{1}{2} q^D(p_1, \overline{p}_2), & \text{ha} \quad p_1 = p_2 \\ q^D(p_1, \overline{p}_2), & \text{ha} \quad p_1 < p_2 \end{cases} .$$

A fenti kifejezésnek megfelelő inverz keresleti függvényt a következő grafikonban piros színnel jelöltük; itt a $(0, a)$ és $\left(\frac{a}{b}, 0\right)$ pontok által meghatározott egyenes a teljes piaci kereslet inverz keresleti görbéje.



Világosan látszik, hogy az I-es vállalat inverz keresleti függvénye nem folytonos, ezért nem is deriválható, vagyis a szokásos marginális elemzés itt nem alkalmazható.

Feladat: Gondolja meg: mi a *tartalmi* kapcsolat a deriválhatóság és közgazdasági jelenségek elemzése között?

A probléma megoldását a következő gondolatmenet segítségével találjuk. Tudjuk, hogy az a vállalat éri el a maximális profitot, amelyik a terméket alacsonyabb áron kínálja, így mindkét vállalat arra törekszik, hogy minél alacsonyabb árat állapítson meg. Az ár alsó határa viszont a határköltség. Ha az ár egyenlő lenne a határköltséggel, akkor ez azt jelentené, hogy az utolsó megtermelt termékegység előállítása éppen annyiba kerülne, amint amekkora bevételt realizálna a termelő, ha ezt eladná. A határköltségnél alacsonyabb ár ezek szerint azt implikálná, hogy az utolsó termékegység nem hozná be a termelés költségeit, tehát veszteségesen állították volna elő ezt; ez pedig nem racionális. Így a vállalatok áraikat legfeljebb a határköltség szintjére csökkentenék.

a) Tegyük fel, hogy a két vállalat azonos határköltségek mellett termel, azaz $c = c_1 = c_2$, amiből $c = p_1 = p_2$ adódik. Tehát $c = p = a - bq$, illetve $q^* = \dfrac{a-c}{b}$. Mivel az árak azonosak, ezért a két vállalat ezt a termékmennyiséget közösen állítanák elő, vagyis ezt a termékmennyiséget – egy korábban említett feltételezés szerint – fele-fele arányban termelik. Ezért érvényes, hogy $q_1^* = q_2^* = \frac{1}{2}\frac{a-c}{b}$. A két vállalat profitjai így:

$$\Pi_1 = p_1 q_1^* - c_1 q_1^* = cq_1^* - cq_1^* = 0$$

és

$$\Pi_2 = p_2 q_2^* - c_2 q_2^* = cq_2^* - cq_2^* = 0.$$

Megállapítható, hogy a Bertrand-duopól azonos határköltségek esetén nem biztosít pozitív profitot.

b) Tekintsük most azt az esetet, amikor a határköltségek különbözőek, legyen például $c_1 \neq c_2$, és $c_1 < c_2$. Egyik elképzelhető árazási stratégia lenne $p_1 = p_2 = c_2$. Az I-es vállalat számára ez viszont nem lenne optimális, hiszen ha ezt az árat csak nagyon kis mértékben csökkentené, akkor az egész piaci kereslet felé irányulna, ami nyilván nagyobb profitot jelentene, azaz ha az I-es vállalat az árat a $p_1 = c_2 - \tau$ szinten rögzítené, akkor ezzel kiszorítaná a II-es vállalatot a piacról. Ha tehát $p_1 = c_2 - \tau$ és $p_2 = c_2$ a két vállalat által rögzített árak lennének, akkor az I-es vállalat esetén azt kapnánk, hogy $p_1 = c_2 - \tau = a - bq$, amiből $q_1^* = \frac{a - c_2 + \tau}{b}$ és nyilván $q_2^* = 0$ adódna. Az utóbbi egyenlőségből $\Pi_2 = 0$ következne, míg az I-es vállalat profitja $\Pi_1 = p_1 q_1^* - c_1 q_1^* = (c_2 - \tau)\frac{a - c_2 + \tau}{b} - c_1 \frac{a - c_2 + \tau}{b} > 0$ lenne. Az I-es vállalat profitja pozitív, mert az árat nem a saját határköltség-szintjére csökkentené, hanem csak valamivel a II-es vállalat által meghatározott minimális ára alá.